壇ほか式（M_0－A）の適用についての見解（改訂版）

アスペリティ面積が断層面積を超えるというレシピの矛盾は究明されず 矛盾の<u>根源は壇ほか式を第１ステージ以外でも適用していること</u>にある

2025.12.13. 美浜の会

現在、各原発の地震動評価の多くは、地震調査研究推進本部の強振動予測レシピ(以下、レシピ)を用いて行われている。そのレシピには、アスペリティ面積 S_a が断層面積 S を超えるという矛盾が存在する。すなわち、断層のなかで強く固着してすべりにくいが最後には大きくすべる部分がアスペリティだが、その部分面積が断層全体の面積を超えるというあり得ない欠陥が存在している。しかし、そのような矛盾の起こる原因には目を向けず、S_a が S の30%を超えれば S_a/S を0.22にせよなどという処方箋を適用することで済ませている。

実は、このような著しい矛盾が起こる原因はごく簡単に指摘できる。レシピでは、地震規模（地震モーメント）M_0 から短周期レベルA（震源における短周期の加速度の程度）を導くのに壇ほかの式（レシピの(12)式）が使われている。その式を、M_0の範囲を第1ステージ($M_0<7.5\times10^{18}$ Nm)に限定せずに無条件に適用していることが問題である。実は、第１ステージ以外では壇ほか式ではない別の式を適用すれば、この奇妙な矛盾が起こることはなく、処方箋を適用する必要もなくなる。

しかも、壇ほか式の無制限適用は、地震動の過小評価をもたらしている。むしろ過小評価をもたらすからこそ、著しい矛盾に目をつぶり、姑息な処方箋方式を容認しているのではないかとの疑いが湧く。

これらの点について以下で明らかにしたい。なお、本論は美浜の会の2024年11月9日付見解について、主に4頁の M_0-A 関係以降を改訂したものである。本論の式番号は[1]などで、引用文献の式番号は(1)などで表す。

［目次］

１．壇ほか式とその成り立つ範囲

壇ほか式は、地震規模（地震モーメント）M_0 から短周期レベル A（震源における短周期の加速度のレベル）を導く式である。壇ほかの論文[(1)]では、その式は M_0 の範囲が $3.50\times10^{17}\leqq M_0$(Nm) $\leqq7.50\times10^{19}$ にある12個の（M_0, A）データから導かれている。その際、1/3 乗則すなわち $A\propto M_0^{1/3}$（∝は比例）というスケーリングが仮定され、そのもとで係数が最小二乗法で決められ次式が得られている（単位は A(Nm/s^2)、M_0(Nm)）。

$$A=C_D M_0^{1/3} \qquad (C_D=5.30\times10^{12}) \qquad [1]$$

すなわち、壇ほか式は 1/3 乗則という仮定が有効なM_0の範囲で成り立つ式であり、その結果、第1ステージで成り立つ式となる(注)。レシピでは(12)式として、M_0 の適用範囲に言及せずに引用されている。

(注) 1/3 乗則について、壇ほかの論文(2001)[(1)]では 53 頁の左欄において、「短周期レベルを $M_0^{1/3}$ でスケーリングすること(と)し、最小自乗法で定数を決めた」と述べている。その仮定に関する根拠の説明では、$M_0^{1/3}$ スケーリング則は「臨界円振動数ω_cが $M_0^{-1/3}$ に比例するとした場合に対応し」と書かれている（ω_c は通常のコーナー周波数 f_c とは$\omega_c=2\pi f_c$ の関係にある）。いわゆるBrune の式[(2)]によれば ω_c=定数×$\Delta\sigma^{1/3}/M_0^{1/3}$（$\Delta\sigma$は応力降下量）であり、これより臨界円振動数 ω_c が $M_0^{-1/3}$ (=1/ $M_0^{1/3}$) に比例する場合は、$\Delta\sigma$が一定

値をとることがわかる。そうすると、次のレシピ（22-2）式$\Delta\sigma$＝定数×M_0／$S^{3/2}$（定数=(7/16)$\pi^{3/2}$）により、$\Delta\sigma$が一定なら M_0 は $S^{3/2}$ に比例することになる。これはまさに Somerville ほかの関係にほかならない(次節参照)。この論拠を逆にたどれば、壇ほかの式は Somerville ほかの式から導かれることになる。いままでは、Somerville ほかの式は第 1 ステージで成り立つ式であるとされ、第 2 ステージでは別の入倉・ 三宅式などが成り立つとされているのだから、壇ほか式は第１ステージで成り立つ式だということになる。

２．各ステージによる法則性の違いの普遍性

（１）M_0-S 関係のステージによる違い

ここではまず M_0-S 関係の法則(スケーリング則)が M_0 で区分けされるステージによって異なることを再確認することから始めよう。すなわち、レシピに基づけば式は以下のようになり、その図は次図となる。

・第1ステージ（$M_0<7.5\times10^{18}$Nm）：Somerville ほか式

$M_0=k_1 S^{3/2}$　（$k_1=9.496\times10^{14}$）　[2]

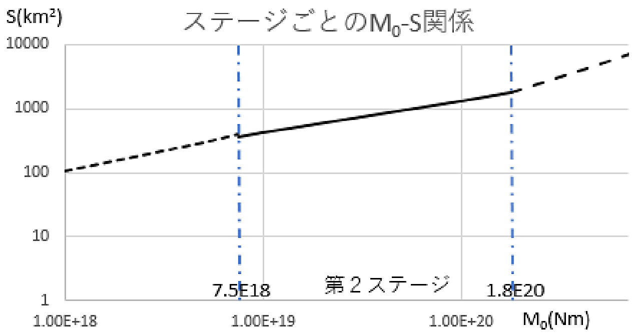
・第２ステージ（$7.5\times10^{18}\leqq M_0\leqq1.8\times10^{20}$）：入倉・三宅式

$M_0=k_2S^2$　（$k_2=5.562\times10^{13}$）　[3]

・第３ステージ（$M_0>1.8\times10^{20}$）：Murotani 式

$M_0=k_3S$　（$k_3=1.00\times10^{17}$）　[4]

（右図でたとえばE+19は$\times10^{19}$を表す）。



（２）ステージによる法則性の差異の実体的根拠

第１ステージでは、断層幅 W は断層長さ L が大きくなるにつれて増えて行くが、第２ステージでは断層幅は飽和してある値（断層ごとに異なる値）以上には大きくならない。それは地下約3〜20km付近に地震発生層が存在しているためと考えられているからである。また、第３ステージでは、断層幅に加えて断層面の平均すべり量も飽和するものとされている。

このような実体的な根拠がある以上、法則性(スケーリング則)のステージによる差異は他の諸関係においても普遍的に成り立つものと考えるべきであろう。

３．現行レシピで第２ステージでも壇ほか式を用いていることから生じる矛盾

現行レシピでは壇ほか式[1]を第２ステージでも適用し、同時にそこで入倉・三宅式も用いている。そのため、アスペリティ面積比$\gamma=S_a/S$がM_0 とともに限りなく増大するという矛盾が生じることを以下で確認する。

まず、$S=\pi R^2$、$S_a=\pi r^2$ より$\gamma=r^2/R^2$と書ける。アスペリティ半径 r にはレシピ(13)式 $r=(7/4)\pi\beta^2M_0/AR$ を用いる。さらに A には壇ほか式[1]を、Sには入倉・三宅式[3]より$S=(M_0/k_2)^{1/2}$ を用いると次式が得られる。

$$\gamma=C_\gamma M_0^{1/3},\quad C_\gamma=[(7/4)(\pi\beta)^2\,k_2^{1/2}/C_D]^2$$

それゆえアスペリティ面積比γはM_0 とともに際限なく増大し１を超え得る。そのときアスペリティ面積 Sa が断層面積Ｓを超える、すなわち部分が全体を超えるという矛盾が生じる。

４．平均すべり量のステージによる差異

入倉ほかは熊本地震を踏まえた 2016 年の日本地震学会秋季大会で、「これまでの平均すべり量の経験式は $M_0^{1/3}$ に比例していたが、地震モーメントが　7.5E+18[Nm](Mw6.5)より大きい地震の平均すべり量は、入倉・三宅(2001)、宮腰・他(2015)のデータ、および2016年熊本地震(Mj7.3)を含めて $M_0^{1/2}$ に比例して大きくなる傾向を示している」との発表をしている。

ここで実データを基に提起されている内容は、理論的には次のようにして簡単に導くことができる。まず、M_0 の定義式 $M_0=\mu DS$（μ：剛性率、D：平均すべり量）より

$$\mu D=M_0／S \qquad [5]$$

この式に上記の [2],[3],[4]式より S を求めてそれぞれ代入すると、各ステージに応じた次式が得られる。

・第１ステージ　　$\mu D= k_S^{2/3} M_0^{1/3}$　　[6]

・第２ステージ　　$\mu D= k_2^{1/2} M_0^{1/2}$　　[7]

・第３ステージ　　$\mu D= k_3$　　[8]

剛性率μはほぼ一定なので、まさに[6]と[7]は上記の入倉ほかの学会発表の内容どおりであり、[8]は上記2(2)で述べた第３ステージで平均すべり量が飽和する(一定値をとる)という Murotani 式の根拠に合致している。

５．各ステージにおける短周期レベル A と地震モーメントM_0の関係

現在、短周期レベル A を求める際には、レシピにおいても電気事業者の震源断層パラメータ表においても、壇ほか式[1]がステージを区別することなく適用されている。前記のように、壇ほか式は Somerville ほかの式から壇ほか自身が示した手続きによって導くことができるが、今は次のBruneの式から導くことにする。

$$A=4\pi^2 f_c^2 M_0 \qquad [9]$$

ここで f_c はコーナー周波数であり、Brune論文[(2)]では(36)式でα(前記の$\omega_c=2\pi f_c$)$=2.21\beta/R=2.21\pi^{1/2}\beta/S^{1/2}$($\beta$はS波速度)として与えられているが、本稿では係数 a_f を未定として f_c を次式で定義する。

$$f_c=a_f\ \beta/S^{1/2} \qquad [10]$$

[10]式を[9]式に代入し、M_0の定義式$M_0=\mu DS$より $M_0/S=\mu D$を用いて整理すると次式となる。

$$A=C_A\mu D \qquad (\ C_A=(2\pi a_f\ \beta)^2\ ) \qquad [11]$$

この式に各ステージで成り立つ[6],[7],[8]式を代入すると下記となる。

・第１ステージ　　$A=C_A\, k_1^{2/3} M_0^{1/3}$　　[12]

・第２ステージ　　$A=C_A\, k_2^{1/2} M_0^{1/2}$　　[13]

・第３ステージ　　$A=C_A\, k_3$　　[14]

まさしく第１ステージでは壇ほか式[1]の形に、第２ステージではM_0の1/2乗則に従っていることがわかる。

第１ステージの[12]式が仮に壇ほか式[1]と一致するとき、かつβ=3.6km/sのときは

$$C_A=548.6,\quad a_f=1.035 \qquad [15]$$

となる。なおこのとき、後の[16]式によればアスペリティ面積比は$\gamma=S_a/S=0.17$とほぼ妥当な値となる。

６．レシピの処方箋はどうなる―アスペリティ面積比および応力降下量の挙動

レシピでは、$\gamma=S_a/S$が一定値（関電では0.30）を超えるとき$\gamma=0.22$にせよ、$\Delta\sigma=3.1$MPaにせよなどの処方箋が適用されている。このような処方箋には一定の根拠があることなので、今の場合にこれらがどうなるかをチェックしておく必要がある。

(1)各ステージにおけるアスペリティ面積比γ=Sa/Sの値

壇ほか式を無条件に適用した場合、アスペリティ面積比γ=Sa/S は前記のように$\gamma=1$を超えて増加する傾向を示すがどうなるだろうか。アスペリティ面積 S_a の半径 r としてレシピの(13)式 $r=(7/4)\pi\beta^2 M_0/AR$ (Rは断層半径)を用いると$\gamma^{1/2}= r/R=(7/4)(\pi\beta)^2\mu D/A$となる。[11]式よりステージによらず

$$\gamma=[(7/4)(\pi\beta)^2/C_A]^2 = (7/16)^2/a_f^4 \qquad [16]$$

となる。仮にレシピが処方箋で採用している$\gamma=0.22$のときは$C_A=477.1$、$a_f=0.966$ となる。これを[15]式と合わせて見ると、a_f はほぼ1 に近い値をとっていると考えられる。アスペリティ面積比γ がステージによらず一定の値をとるというレシピの処方箋と同様の結果が、恣意的な仮定なしに得られている。

(２)応力降下量$\Delta\sigma$及びアスペリティ応力降下量$\Delta\sigma_a$ の挙動

レシピの処方箋では、γ が一定値以上のとき応力降下量は$\Delta\sigma=3.1$MPaにせよ、アスペリティ応力降下量は$\Delta\sigma_a=\Delta\sigma/\gamma=14.1$MPaにせよということになっている。これらの挙動はどうなるだろうか。

レシピの (22-2)式 $\Delta\sigma=(7/16)\pi^{3/2}M_0/S^{3/2}$ に [2],[3],[4]より求めたS を代入するとそれぞれ次式となる。

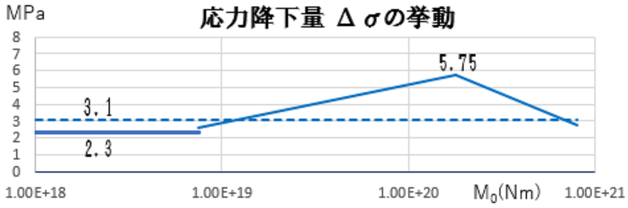
・第１ステージ　　　　　$\Delta\sigma = (7/16)\,\pi^{3/2}\,k_1$　　　　　　　　　　[17]

・第２ステージ　　　　　$\Delta\sigma = (7/16)\,\pi^{3/2} k_2^{3/4}\, M_0^{1/4}$　　　　　　　　[18]

・第３ステージ　　　　　$\Delta\sigma = (7/16)\,\pi^{3/2} k_3^{3/2}/M_0^{1/2}$　　　　　　　　[19]

また、レシピの（21-1）式によりステージによらず$\Delta\sigma_a = \Delta\sigma/\gamma$（$\gamma$=0.22）なので、それに応じた式が各ステージで成り立つ。

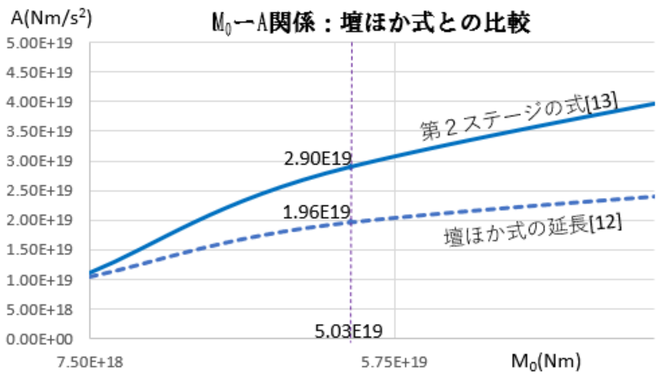
$\Delta\sigma$の結果をグラフで表すと右図のようになる。$\Delta\sigma$はほぼ処方箋の3.1MPaの周辺値をとっていることがわかる。それに応じて$\Delta\sigma_a$はほぼ14.1MPaの周辺値をとる。それゆえ、これらの値はほぼ処方箋の内容に沿っている。



７．現行で第２ステージでも壇ほか式を誤適用していることによる地震動の過小評価

現行の地震動評価では、地震モーメント M_0 を入倉・三宅式[3]によって求め、短周期レベル A を第２ステージにおいても壇ほか式[1]によって求めている。本来は上記のように、第２ステージでは、地震モーメント M_0 を入倉・三宅式[3]によって求め、短周期レベルAは[13]式によって求めるべきである。結局、壇ほか式の誤適用の結果、以下で示すように、短周期レベル A は過小評価となる。したがって A に比例する地震動も過小評価となっている。

上記の M_0－A 関係をグラフで表すと右図のようになる。点線が壇ほか式を第２ステージでも誤適用している現行の結果を示している。実線が入倉・三宅式より導いた[13]式である。たとえば、大飯原発の短周期1.5倍ケースのM_0 =5.03×10^{19} Nm のとき、現状では実質的に点線の壇ほか式と同等の結果 A＝1.96×10^{19} Nm/s^2 となり、それに対応して地震動は856ガルとなる。正しい地震動は、856×2.90/1.96=1270ガルとすべきなので、現状は過小評価となっている(注)。



(注)大飯訴訟甲266の12頁「重要な第2点」で、S(f)∝$f_c^2 M_0$ はここでの A の挙動[12],[13],[14]と一致する。

８．結論

このような過小評価は電気事業者等にとってたいへん好都合なものであるがゆえに、なんとも奇妙なレシピの矛盾でも意図的に見逃されているのではないだろうか。入倉ほかが学会発表で認めた平均すべり量 D のステージに応じた挙動は、[11]式により直ちに短周期レベル A の挙動に反映され、壇ほか式の適用限界の認識に向かうはずなのに、そこには踏み込まれていない。地震の専門家はぜひレシピの矛盾の解明に目を向け、地震による原子力災害を防ぐことに誠意をもって取り組んでいただきたい。

引用文献

(1)壇一男・渡辺基史・佐藤俊明・石井透(2001):断層の非一様すべり破壊モデルから算出される短周期レベルと半経験的波形合成法による強振動予測のための震源断層のモデル化，日本建築学会構造系論文集，545，51-62

(2) Brune, J. N. ：Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes, J. Geophys. Res., Vol.75, pp.4997-5009,1970 及び訂正　Brune, J.N.：Correction, J.Geophys.Res.Vol.76, p.5002, 1971.

美浜・大飯・高浜原発に反対する大阪の会（美浜の会）
530-0047 大阪市北区西天満4-5-8　八方商事第２ビル 301号
https://www.jca.apc.org/mihama/　　mihama@jca.apc.org